УДК 621.9.022.2
doi: 10.18323/2782-4039-2025-3-73-3

Исследование жесткости и частотных характеристик концевой фрезы на вертикальном фрезерном центре

Воронов Роман Дмитриевич*, преподаватель
кафедры «Оборудование и технологии машиностроительного производства»
Расторгуев Дмитрий Александрович[1], кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры «Оборудование и технологии машиностроительного производства»
Левашкин Денис Геннадьевич[2], кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры «Оборудование и технологии машиностроительного производства»
Тольяттинский государственный университет, Тольятти (Россия)

***E-mail:** smr.rom@yandex.ru

[1]ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6298-1068
[2]ORCID: https://orcid.org/0009-0007-2704-4635

Поступила в редакцию 21.04.2025 *Пересмотрена 11.08.2025* *Принята к публикации 04.09.2025*

Аннотация: Исследование посвящено проблеме заблаговременного исключения резонансных колебаний инструмента путем предварительного математического моделирования. В частности, проблема рассмотрена для случая процесса фрезерования концевой фрезой на вертикальном фрезерном центре. В работе приведены обработанные экспериментальные данные и результаты математического моделирования, содержащие сведения о жесткости фрезы ФКЦ 4257, ее собственных частотах на спектре и формах колебаний. Построенная конечно-элементная математическая модель охватывает саму фрезу, зажимную цангу и цанговый патрон. Модель описывает статическую жесткость фрезы с погрешностью 2,2 %, а положение ее собственных частот на спектре – с погрешностью около 7 % относительно результатов эксперимента. Посредством построения амплитудно-частотной характеристики и проведения модального анализа показано, что наиболее критичными для фрезы являются первые две моды колебаний (80 и 112 Гц), как по критерию величины амплитуды колебаний, так и по критерию их формы. Формы колебаний на первых модах являются изгибными. В рамках модального анализа рассмотрены и оценены формы колебаний на остальных модах. Для улучшения сходимости результатов частотного анализа предложено ввести коэффициент K_{k1}=0,9, учитывающий меньшую жесткость реальной фрезы в сравнении с идеализированной математической моделью, при применении которого сходимость улучшена до 2,5 %. Благодаря примененной методике можно получать достоверные данные о частотных зонах неустойчивости, используемые на практике для уходов от резонансных явлений. В перспективе на основе таких данных с учетом поправочных коэффициентов возможно обучение нейросетевых моделей, предсказывающих отклик инструмента при конкретных условиях обработки и решающих обратную задачу подбора рациональной геометрии инструмента под определенные задачи.

Ключевые слова: концевая фреза; жесткость; модальный анализ; частотный анализ; математическое моделирование; амплитудно-частотная характеристика; резонанс.

Благодарности: Исследование выполнено в рамках государственного контракта по НИОКТР № 125011300177-8.

Для цитирования: Воронов Р.Д., Расторгуев Д.А., Левашкин Д.Г. Исследование жесткости и частотных характеристик концевой фрезы на вертикальном фрезерном центре // Frontier Materials & Technologies. 2025. № 3. С. 39–49. DOI: 10.18323/2782-4039-2025-3-73-3.

ВВЕДЕНИЕ

При фрезерной обработке концевыми фрезами на крупногабаритных фрезерных станках высокой жесткости лимитирующими упругими деформациями являются отжатие самого режущего инструмента, его колебания с определенной амплитудой и частотой [1; 2]. В случаях, когда частоты этих колебаний не входят в резонанс с частотами прочих компонентов системы «станок – приспособление – инструмент – деталь» (далее – СПИД), имеет место лишь отклонение от заданного формообразования [3; 4] в той или иной мере, т. е. снижение точности обработки [5; 6]. Однако широко известно, что при наступлении резонансных явлений при фрезерной обработке происходят колебания повышенной амплитуды, что может приводить к ускоренному износу [7], поломке инструмента [8; 9] вследствие усталостного разрушения и выкрашивания его режущих кромок, а также к выходу из строя подшипников шпинделя и прочих узлов станка [10; 11]. Заметим, что упомянутые негативные последствия работы фрезы в резонансном или околорезонансном частотном интервале заметны как при фрезеровании труднообрабатываемых материалов по сложным пространственным кривым траекториям, так и при обработке относительно податливых материалов по простым плоским траекториям. В частности, это выражается в неудовлетворительном качестве обработанных поверхностей и несоответствии полученных размеров и форм детали изначальным допускам на обработку [12].

В связи с этим для механической обработки остается актуальным наличие возможности заблаговременно абстрагироваться от резонансных частотных зон, для чего зачастую проводится анализ вибрационной составляющей

© Воронов Р.Д., Расторгуев Д.А., Левашкин Д.Г., 2025

обработки и строятся частотные характеристики фрез [13; 14]. Для решения этой задачи широко применяются как эмпирические методы [15; 16], основанные на показаниях токовихревых датчиков, так и математическое моделирование, в т. ч. методом конечно-элементного анализа [17; 18]. Кроме того, для снижения и предотвращения влияния колебаний инструмента могут использоваться результаты модального анализа [19; 20], дающего представление о формах колебаний [21] на частотном спектре.

В подавляющем же большинстве исследований режущего инструмента, в частности концевых фрез, отсутствует комплексное рассмотрение объекта с точки зрения как модального, так и частотного анализа и, как следствие, не представлено соответствующих математических моделей с подтвержденной сходимостью. Среди приведенных исследований при рассмотрении концевых фрез присутствуют оценки как форм, так и амплитуд колебаний на частотном интервале, но отдельно друг от друга. Следовательно, сделать однозначный вывод о критичности для фрезерования той или иной частоты колебаний инструмента затруднительно. Соответственно, необходим подход, объединяющий оценку как по критерию амплитуды, так и по критерию формы колебаний.

Цель исследования – разработка и апробация методики сквозного математического моделирования, включающей в себя статический, модальный и частотный анализы, на примере фрезы ФКЦ 4257, установленной на вертикальном фрезерном центре MILLSTAR LMV 800; при этом результаты моделирования должны иметь корреляцию с экспериментальными данными.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследовали пару «фреза концевая – патрон цанговый», состоящую из концевой фрезы ФКЦ 4257 диаметром 10 мм и цангового патрона BT-40-ER32-100 с соответствующей цангой. Материал фрезы – быстрорежущая сталь Р6М5. Моделирование проводилось при помощи метода конечных элементов с использованием Femap with NX Nastran v11. Использовались статическая сила величиной 400 Н для статического анализа и единичная сила для получения частотных откликов. Для обработки и визуализации экспериментальных данных применялся комплекс MatLab.

Экспериментальная часть исследования включает в себя измерение статической жесткости фрезы, а также получение ее частотной характеристики. Для проведения эксперимента внутри рабочего объема центра LMV 800 на вертикальной плите, закрепленной в тисках, с одной стороны крепился по резьбе Z-образный датчик сжатия, а на другой вкручивался винт для нагружения фрезы. В магнитной стойке, зафиксированной на корпусе шпинделя станка, крепился индикатор. Измерения проводились при помощи динамометра электронного переносного ДЭП1.

При проведении данного эксперимента производилась серия замеров при различных прилагаемых к фрезе силах – от 50 до 400 Н. Непосредственное измерение деформации проводилось при помощи тензометрического динамометра с контролем смещений индикатором часового типа с погрешностью измерений 0,01 мм (правая часть рис. 1).

Собственные частоты концевой фрезы на станке LMV 800 получались импульсным методом – ударом динамометрического молотка с фиксацией отклика токовихревым датчиком Bentley Nevada.

Как будет показано далее, именно первые две моды колебаний обладают наибольшими амплитудами, а также наиболее опасными собственными формами колебаний. В связи с этим при рассмотрении пиков на частотном спектре будем проводить сравнения именно по первым двум пикам, полученным экспериментально.

Для математической модели были заданы условия закрепления (граничные условия) и нагружения согласно эксперименту, с учетом материалов тел и характера их контакта.

Очевидно, что лимитирующие деформации будут наблюдаться на максимальном вылете фрезы из патрона, а сам патрон практически не претерпит деформации. В связи с этим задана соразмерная конечно-элементная сетка для различных тел, позволяющая снизить необходимое на анализ время.

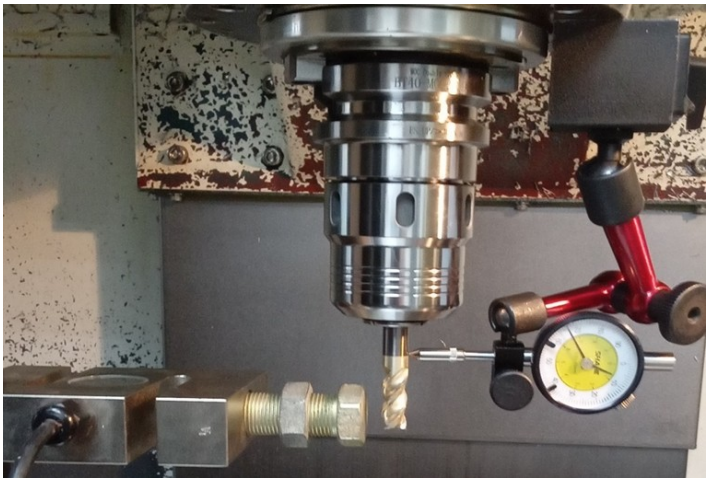

Рис. 1. *Общий вид экспериментальной установки внутри станка*
Fig. 1. *General view of the experimental installation inside the machine*

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Поскольку деформации происходят глубоко в упругой области, то в соответствии с ожиданиями график податливости (рис. 2) представляет собой прямую с неким коэффициентом, отвечающим за ее наклон. Определим жесткость в точке проведения измерений (примерно 19 мм от патрона) по известной зависимости:

$$j = \frac{F}{\Delta};$$

$$j_{\text{эксп.}} = \frac{F}{\Delta} = \frac{400}{0{,}0513} \approx 7797{,}3\,\frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Анализатор вибраций позволил получить амплитудно-частотную характеристику (далее – АЧХ) фрезы с ярко выраженными пиками (рис. 3). Первые два пика расположены на частотах 80 и 112 Гц соответственно. Параметры, которые были установлены при измерениях в данных экспериментах, являются определяющими с точки зрения формирования точности через упругие деформации.

Как видно из статического расчета (рис. 4), при нагрузке 400 Н наибольшие перемещения составляют около 0,2 мм на торце фрезы. Нагляднее представить распределение деформаций по длине фрезы при помощи графика. График (рис. 5) показывает перемещения вдоль оси Z (продольная ось фрезы), причем нулевой точкой отсчета принята точка нулевого вылета фрезы из патрона (край патрона). Полученная зависимость в соответствии с ожиданиями близка к линейной.

Согласно результатам расчета, перемещения величиной 0,05 мм, полученные экспериментально, были зафиксированы на расстоянии примерно 19 мм (рис. 5)

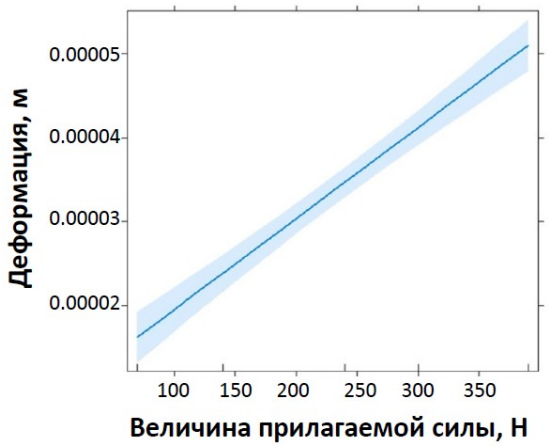

Рис. 2. *Экспериментальный график зависимости деформаций (м) от прилагаемой силы (Н). Выделенная область, расположенная вдоль линии графика, визуализирует 95%-й доверительный интервал*
Fig. 2. *Experimental graph of the dependence of deformations (m) on the applied force (N). The highlighted area located along the graph line visualizes the 95 % confidence interval*

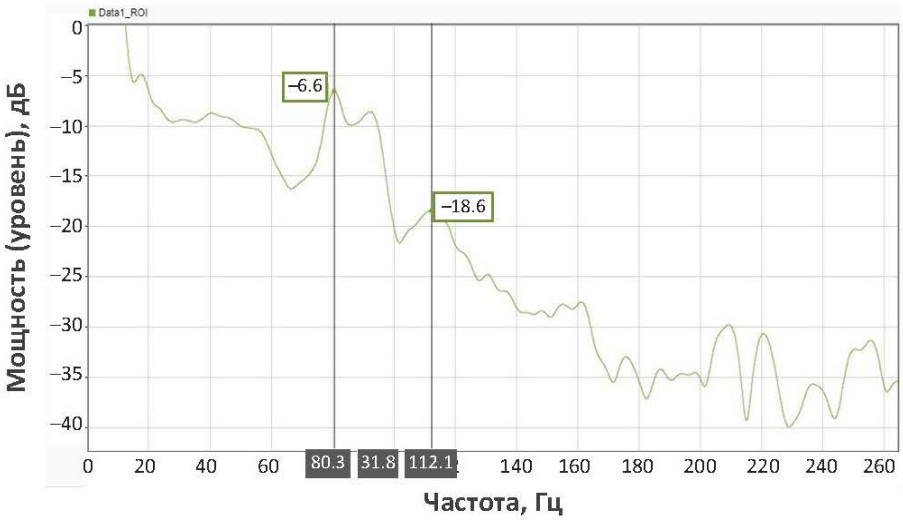

Рис. 3. *Амплитудно-частотная характеристика, полученная экспериментально, с отмеченными пиками*
Fig. 3. *The amplitude-frequency characteristic obtained experimentally with the peaks marked*

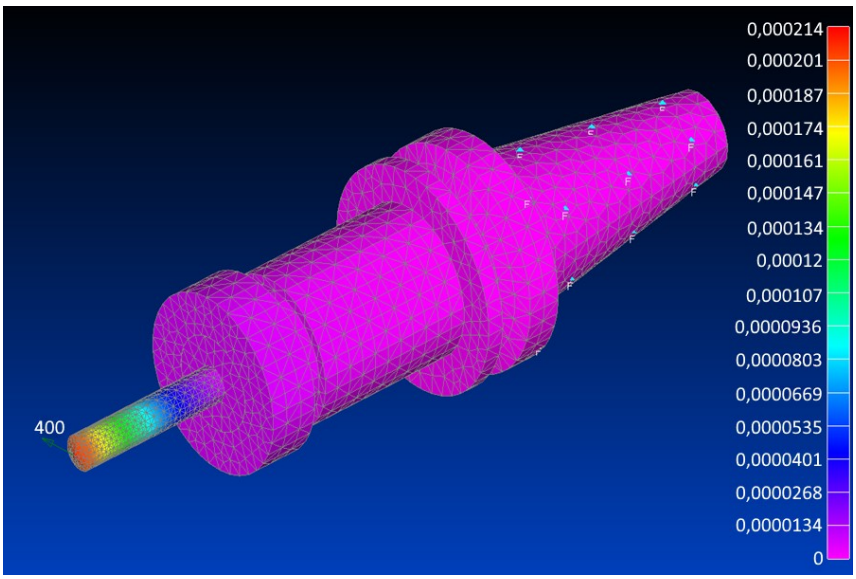

Рис. 4. *Результат статического расчета на жесткость*
Fig. 4. *Result of static calculation for rigidity*

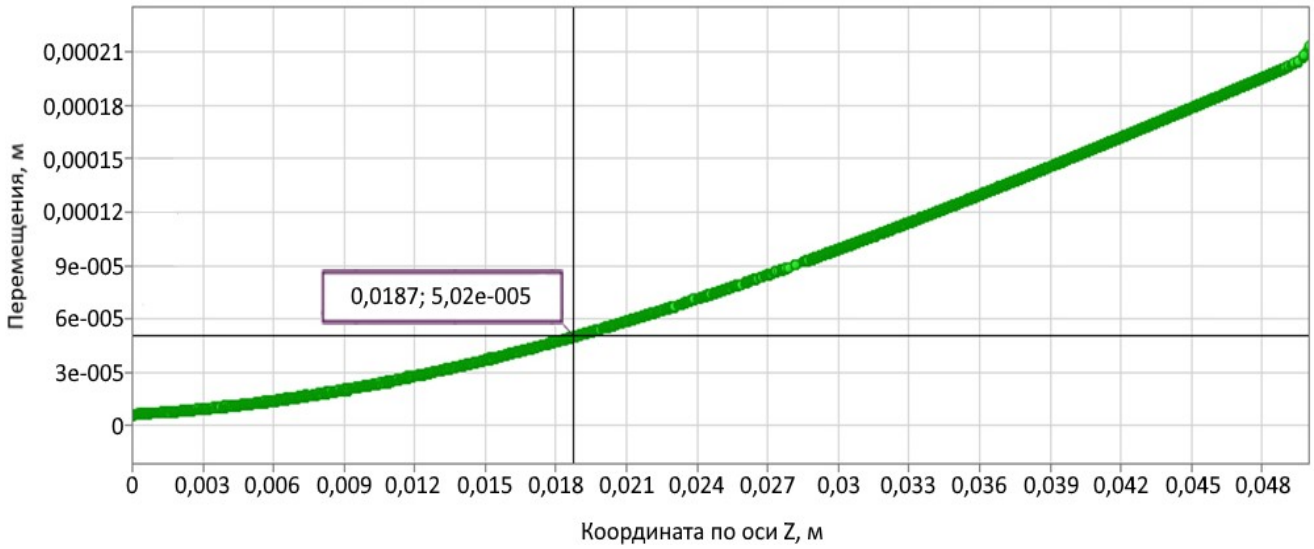

Рис. 5. *График зависимости перемещений от координаты продольной оси фрезы (моделирование)*
Fig. 5. *Graph of the dependence of displacements on the coordinate of the mill longitudinal axis (modelling)*

от края патрона (вылет фрезы). Это значение совпадает с расстоянием от края патрона до точки измерения при проведении эксперимента, что позволяет сделать вывод о корректности созданной математической модели для определения статической жесткости.

Тогда жесткость в точке измерений равна

$$j_{\text{модель}} = \frac{F}{\Delta} = \frac{400}{0{,}0502} \approx 7968\ \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

Полученное смоделированное значение жесткости отличается от рассчитанного по экспериментальным данным на 2,2 %, что является подтверждением корреляции.

Для нахождения собственных форм и частот конструкции проведем модальный анализ для тех же условий закрепления, что и в случае статического расчета. Результат модального анализа можно представить как в виде набора мод (рис. 6), так и графически на частотном интервале (рис. 7), где отчетливо видны пики собственных частот. На графике (рис. 7) по оси ординат откладывается безразмерный коэффициент, не показывающий амплитуду колебаний на резонансных частотах, а по оси абсцисс – интервал рассматриваемых частот. Искомые пики расположены на 86 и 120 Гц соответственно. При сравнении положения пиков на спектре с экспериментальными данными (рис. 3) заметно расхождение приблизительно в 6–8 Гц.

Порядковый номер моды	Частота, Гц
1	86,282
2	86,314
3	119,853
4	119,917
5	275,697
6	407,808
7	407,826
8	427,403
9	596,541
10	596,969

Рис. 6. *Моды колебаний пары «концевая фреза – цанговый патрон»*
Fig. 6. *Vibration modes of the end mill – collet chuck pair*

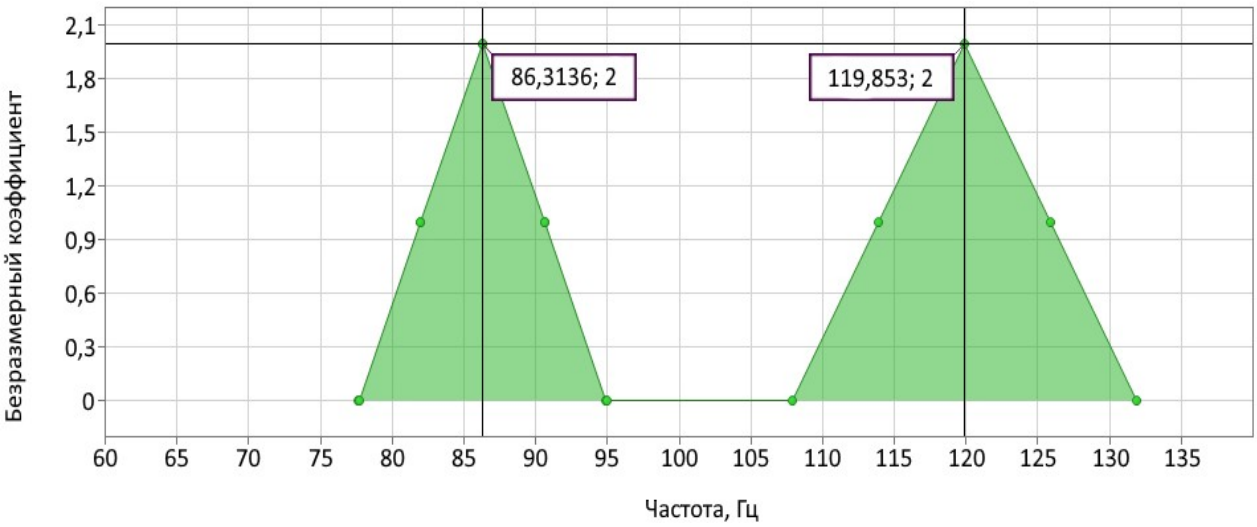

Рис. 7. *Расположение первых двух собственных частот фрезы на спектре (моделирование)*
Fig. 7. *The location of the first two natural frequencies of the mill on the spectrum (modelling)*

Как показывает модальный анализ, на первой и второй моде колебаний (≈86 и 120 Гц) собственная форма является изгибной, причем в зоне неустойчивости находится исключительно сама фреза, отклоняющаяся от своей оси в сторону, что полностью соответствует реальному направлению упругих деформаций при фрезеровании концевой фрезой.

Заметим, что моды 1 и 2, 3 и 4, 6 и 7, 9 и 10 имеют практически одинаковые частоты (рис. 6), что выражается графически в виде «слияния» в единый пик мод с порядковыми номерами 1 и 2, 3 и 4 соответственно. Кроме того, собственные формы фрезы на этих частотах абсолютно идентичны и являются изгибными (рис. 8). Поэтому будем рассматривать столь близкие моды как единую собственную частоту.

На пятой моде колебаний (≈276 Гц) собственная форма является скручивающей вокруг продольной оси фрезы, причем в зоне неустойчивости находится по большей части сам цанговый патрон (рис. 9). Следующие шестая и седьмая моды (≈408 Гц) соответствуют форме пространственного изгиба всей конструкции вокруг узлов, обозначенных фиолетовыми зонами (рис. 10). Такая форма колебаний является опасной по причине наличия перегиба, где форма колебаний меняет свое направление. При этом в зонах пучности колебаний по-прежнему находится не только сама фреза, но и корпус патрона. Собственная форма на восьмой моде (≈427 Гц) является сжимающей вдоль продольной оси инструмента, охватывая и инструмент, и цанговый патрон (рис. 11). Пучность колебаний на данной моде сосредоточена на фрезе.

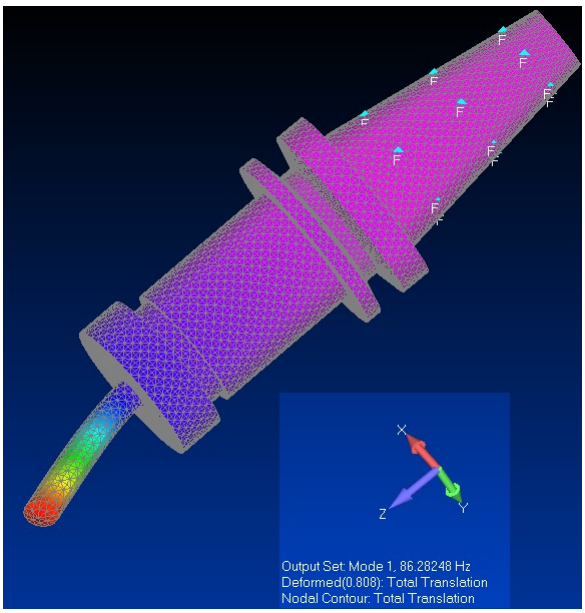

Рис. 8. *Собственная форма колебаний на первой моде для случая цельной концевой фрезы*
Fig. 8. *Vibration mode shape in the first mode for the case of a solid end mill*

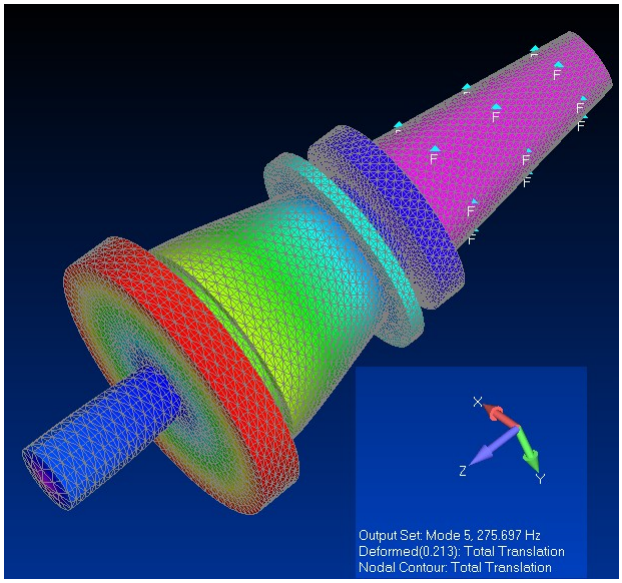

Рис. 9. *Собственная форма колебаний на пятой моде для случая цельной концевой фрезы*
Fig. 9. *Vibration mode shape in the fifth mode for the case of a solid end mill*

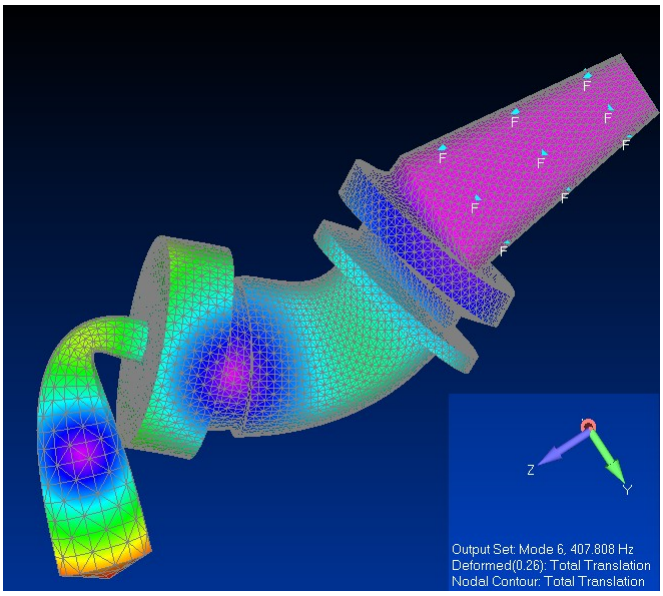

Рис. 10. *Собственная форма колебаний на шестой моде для случая цельной концевой фрезы*
Fig. 10. *Vibration mode shape in the sixth mode for the case of a solid end mill*

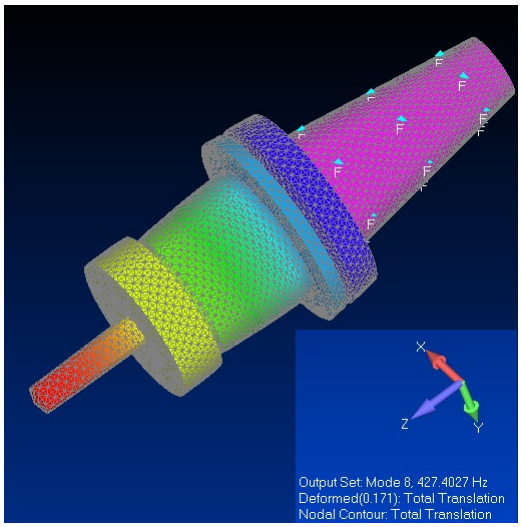

Рис. 11. *Собственная форма колебаний на восьмой моде для случая цельной концевой фрезы*
Fig. 11. *Vibration mode shape in the eighth mode for the case of a solid end mill*

Последним девятой и десятой модам колебаний (≈596 Гц) соответствует форма пространственного изгиба исключительно самой фрезы (рис. 12), аналогичная собственной форме на шестой моде (рис. 10). Здесь также прослеживаются перегиб и узлы на теле фрезы.

Поскольку коэффициент на оси ординат (рис. 7) не дает никакого представления о мере критичности той или иной частоты по критерию амплитуды колебаний, то далее необходимо провести частотный анализ. Частотный анализ подразумевает учет демпфирования колебательной системы через коэффициент демпфирования, определяемый экспериментально. Для случая концевой цельной фрезы логарифмический декремент затухания составил 0,06 по эмпирическим данным, полученным из графика

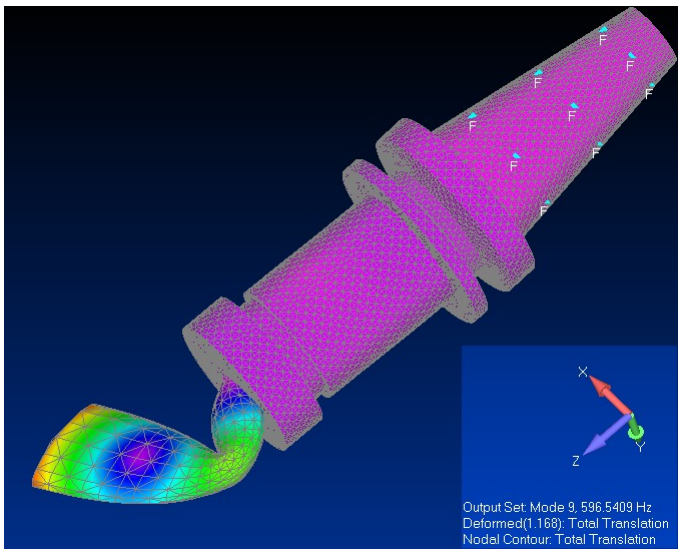

Рис. 12. *Собственная форма колебаний на девятой моде для случая цельной концевой фрезы*
Fig. 12. *Vibration mode shape in the tenth mode for the case of a solid end mill*

переходного процесса затухания колебаний. Примем допущение, что данный коэффициент остается постоянным на всем интервале рассматриваемых частот и равен логарифмическому декременту затухания колебаний.

Результатом частотного анализа является получение зависимости «амплитуда – частота» в интересующем нас направлении пространства. В данном случае рассматриваем поперечное направление нагружения фрезы, т. е. направление, перпендикулярное ее оси. Получен частотный отклик (АЧХ) при коэффициенте демпфирования, принятом равным 6 %. Для более наглядного отображения всех амплитуд будем использовать логарифмическую шкалу на оси ординат (рис. 13).

Согласно построенной АЧХ, можно сделать вывод, что по критерию амплитуды колебаний наиболее опасными являются первые две собственные частоты колебаний, соответствующие частотам около 86 и 120 Гц (по результатам моделирования). Они же являются наиболее опасными по критерию формы колебаний, как показал модальный анализ.

Таким образом, получены результаты статического, модального и частотного анализов, коррелирующие с результатами эксперимента.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные результаты по положению собственных частот на спектре коррелируют с экспериментальными данными в пределах ≈7 %. Такой значительный процент погрешности обусловлен сдвигом теоретической АЧХ правее в сравнении с эмпирической АЧХ, что, в свою очередь, происходит по причине идеализации математической модели. В частности, в модели, подвергнутой конечно-элементному анализу, отсутствуют стружечные канавки фрезы, что делает ее более жесткой и завышает собственные частоты. Кроме того, на вид АЧХ и собственные частоты твердого тела влияет и его геометрическая форма. Соответственно, при отсутствии широких и глубоких стружечных канавок результат несколько искажается. В связи с этим для улучшения сходимости в таких случаях можно допустить введение уточняющего коэффициента, который скорректирует жесткость фрезы и позволит избежать трудоемкого уточнения ее модели.

Важно заметить, что поскольку силовое воздействие при эксперименте оказано на фрезу, которая кинематически связана с цанговым патроном, а патрон, в свою очередь, со шпинделем станка и т. д., то полученная частотная характеристика является результирующей по отношению к самому станку и его жесткости, что, несомненно, внесло свой вклад в вид кривой и абсолютные значения амплитуд [22]. Этим и объясняется неизбежное внешнее отличие экспериментальной АЧХ от АЧХ, полученной при моделировании.

Для случая цельной концевой фрезы введем безразмерный коэффициент K_k, учитывающий наличие стружечных канавок в сечении, претерпевающем деформации. Очевидно, что наличие стружечных канавок влияет на перемещения по каждой из координатных осей неодинаково, поэтому и значения коэффициентов должны отличаться. Так как для осевого инструмента в данной работе рассматривается жесткость в поперечном направлении (перпендикулярно оси инструмента), то определим соответствующий коэффициент K_{k1}=0,9. Данное значение коэффициента для каждого конкретного инструмента может быть получено как отношение деформаций полнотелого цилиндрического тела (прутка) и рассматриваемого реального инструмента со стружечными канавками при прочих равных условиях.

При изменении жесткости модели в 0,9 раза получим следующее положение пиков первых двух собственных частот (рис. 14). Первый пик сместился влево до 82,2 Гц, второй – до 114,3 Гц. Сходимость с экспериментом улучшена до 2,5 % (рис. 3).

Важно заметить, что введение уточняющего коэффициента не всегда может быть оправдано, поскольку нахождение пиков собственных частот на практике используется

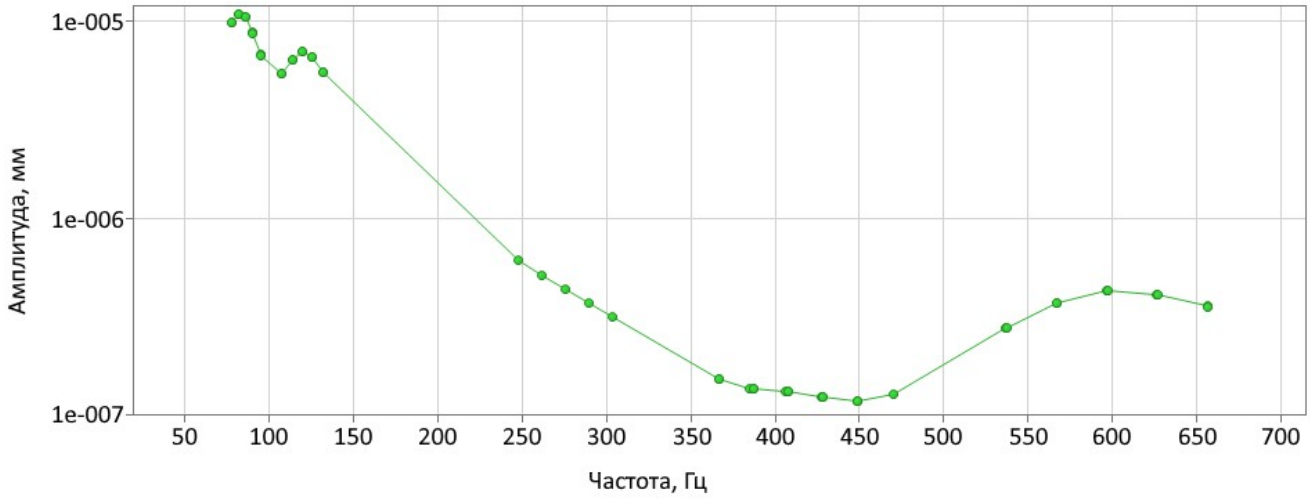

Рис. 13. *Амплитудно-частотная характеристика в поперечном направлении с логарифмической шкалой амплитуды (моделирование)*
Fig. 13. *Amplitude-frequency characteristic in the cross direction with amplitude logarithmic scale (modelling)*

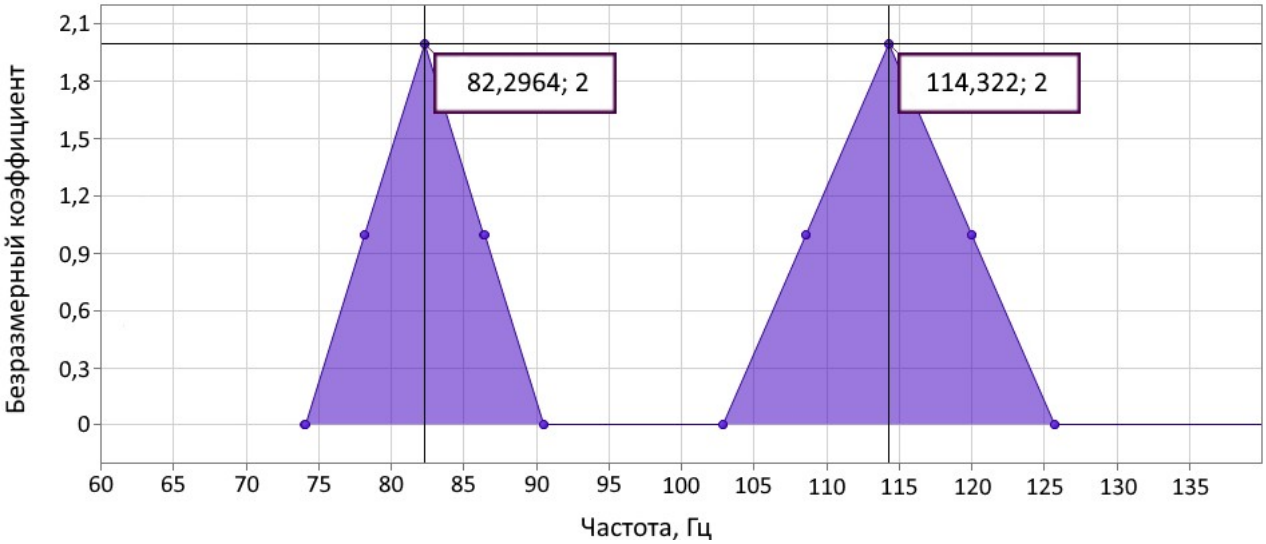

Рис. 14. *Расположение первых двух собственных частот фрезы на спектре с учетом поправочного коэффициента (моделирование)*
Fig. 14. *The location of the first two natural frequencies of the mill on the spectrum taking into account the correction factor (modelling)*

для ухода от резонансных явлений, т. е. для разведения рабочих режимов и собственных частот дальше друг от друга на частотном спектре. В таком случае с практической точки зрения в ряде случаев не требуется знать положение пика на спектре с точностью до 1–3 Гц. Может оказаться достаточным знание о наличии пика в диапазоне около 10–15 Гц. Результаты же статического анализа (расчет на жесткость) не нуждаются в уточнении, изначально обеспечивается сходимость 2,2 %.

Одним из направлений дальнейшего развития тематики данного исследования видится расширение моделируемой системы, т. е. включение в состав математической модели заготовки, приспособления, самого станка, что в конечном итоге позволит получить модель замкнутой системы СПИД. При сохранении методики моделирования ожидается получение сходимости с экспериментом, что позволит более полно и подробно отражать состояние технологической обрабатывающей системы как в динамике, так и в статике.

ВЫВОДЫ

Представленная методика моделирования жесткости совместно с выполнением частотного анализа позволяет выполнять расчеты силовых смещений и упругих деформаций инструмента для его состояния на критиче-

ских частотах нагружения. Именно поиск баланса жесткости внутри системы «станок – инструмент – деталь» вынуждает оценивать критические состояния инструмента, а за ним и станка, поскольку именно уровень демпфирования, жесткости и собственных частот элементов системы «станок – приспособление – инструмент – деталь» (СПИД) определяет саму возможность и продолжительность работы инструмента, являющегося замыкающим звеном (относительно маложестким и уязвимым) в системе СПИД.

Реальный отклик инструмента в системе СПИД для индивидуальных случаев с учетом геометрии применяемого инструмента может быть смоделирован со сходимостью 7 %. При этом уточнение результатов математического моделирования можно провести при помощи коэффициента, позволяющего учесть стружечные канавки инструмента, что дает возможность сэкономить время на подробную разработку 3D-модели. При применении коэффициента сходимость пиков на спектре с экспериментом достигает 2,5 %. Поскольку полученные расчетные значения частот и деформаций коррелируют с экспериментальными данными, то можно утверждать, что цель работы достигнута.

На базе дифференциальных уравнений с принятым в первом приближении коэффициентом появляется возможность для обучения нейросетевых моделей, которые позволят получать выходные данные об амплитуде деформации инструмента при любых вводных данных о предполагаемых условиях обработки. Кроме того, это позволит нейросети и пользователю формулировать конкретные предложения по изменению (улучшению) вводных данных для обеспечения оптимальных условий резания по предварительно заданной целевой функции либо по целому комплексу целевых функций. Другими словами, возможно решение как прямой, так и обратной задачи. При достаточно высоком уровне обучения такой нейросетевой модели все интересующие модальные, частотные и жесткостные характеристики инструмента можно будет получать из ее выходных данных без проведения экспериментов и какого-либо моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Довнар С.С., Якимович А.М. МКЭ-анализ концепции пострезонансного портального многоцелевого станка // Машиностроение: республиканский межведомственный сборник научных трудов. Минск: БНТУ, 2023. Вып. 34. С. 155–165.
2. Сазонов М.Б., Жидяев А.Н. Исследование вибраций концевых фрез при обработке титанового сплава ВТ9 // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. Т. 20. № 4. С. 89–99. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-4-89-99.
3. Калмыков В.В., Барков А.В. Аналитическое и статистическое оценивание упругих деформаций при фрезеровании по контуру // Фундаментальные исследования. 2016. № 8-1. С. 34–38. EDN: WHOECP.
4. Нуркенов А.Х., Гузеев В.И., Батуев В.В., Нестерюк Е.В., Павлов С.А. Экспериментальное исследование жесткости технологической системы на базе промышленного робота KUKA KR 300 R2500 ULTRA // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2022. Т. 22. № 1. С. 48–58. DOI: 10.14529/engin220104.
5. Козлов А.М., Кузнецов С.Ф., Козлов А.А. Применение активного демпфера для снижения колебаний при фрезеровании // Актуальные проблемы в машиностроении. 2021. Т. 8. № 3-4. С. 81–86. EDN: MQXJMI.
6. Маркова Е.В. Причины возникновения вибраций и способы виброгашения // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2021. № 5. С. 428–432. EDN: CISDFC.
7. Yang Bin, Wang Min, Liu Zhihao, Che Changjia, Zan Tao, Gao Xiangsheng, Gao Peng. Tool wear process monitoring by damping behavior of cutting vibration for milling process // Journal of Manufacturing Processes. 2023. Vol. 102. P. 1069–1084. DOI: 10.1016/j.jmapro.2023.07.077.
8. Пономарев Б.Б., Нгуен В.Д. Расчет напряжений в зоне износа режущей части концевой радиусной фрезы // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2025. № 1. С. 61–75. EDN: GFYZYA.
9. Лукьянов А.В., Алейников Д.П., Костин П.Н. Исследование колебаний сил взаимодействия фрезы с заготовкой при попутном и встречном фрезеровании // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2022. № 3. С. 38–49. DOI: 10.26731/1813-9108.2022.3(75).38-49.
10. Алейников Д.П., Лукьянов А.В., Костин П.Н. Влияние параметров резания на вибрационное состояние станка и шероховатость обработанных поверхностей при механообработке // Системы. Методы. Технологии. 2021. № 3. С. 14–19. DOI: 10.18324/2077-5415-2021-3-14-19.
11. Козлов А.М., Кирющенко Е.В., Козлов А.А. Расширение технологических возможностей мобильного фрезерного оборудования // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2019. Т. 15. № 4. С. 140–145. DOI: 10.25987/VSTU.2019.15.4.022.
12. Гимадеев М.Р., Ли А.А., Беркун В.О., Стельмаков В.А. Экспериментальное исследование динамики процесса механообработки концевыми сфероцилиндрическими фрезами // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). 2023. Т. 25. № 1. С. 44–56. DOI: 10.17212/1994-6309-2023-25.1-44-56.
13. Лукьянов А.В., Алейников Д.П. Исследование колебаний сил взаимодействия фрезы с заготовкой при повышении скорости вращения шпинделя // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 4. С. 70–82. EDN: YLXFFI.
14. Altintas Y., Lee P. Mechanics and dynamics of ball end milling // Journal of manufacturing science and engineering. 1998. Vol. 120. № 4. P. 684–692. DOI: 10.1115/1.2830207.
15. Сазонов М.Б., Жидяев А.Н. Исследование вибраций концевых фрез при обработке титанового сплава ВТ9 // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. Т. 20. № 4. С. 89–99. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-4-89-99.
16. Кравченко К.Ю., Кугаевский С.С., Журавлев М.П., Элькинд Д.М. Операционный модальный анализ для определения собственных частот колебаний // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение,

материаловедение. 2017. Т. 19. № 2. С. 21–35. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.2.02.
17. Журавлев М.П., Кравченко К.Ю., Элькинд Д.М. Виброустойчивость при обработке торцевыми фрезами с переменным шагом // Вестник Брянского государственного технического университета. 2018. № 8. С. 14–24. DOI: 10.30987/article_5bb5e69727bb41.28471955.
18. Яцун Е.И., Зубкова О.С. Исследование инструментальной системы при растачивании и фрезеровании с большим вылетом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2024. № 3. С. 627–631. EDN: AXRLQN.
19. Матлыгин Г.В., Савилов А.В., Пятых А.С., Тимофеев С.А. Исследование влияния режимов резания на выходные параметры при точении фрезерованием быстрорежущей стали // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2022. Т. 22. № 2. С. 99–106. DOI: 10.23947/2687-1653-2022-22-2-99-106.
20. Пятых А.С., Шапарев П.П. Исследование влияния зажимных патронов на устойчивость процесса фрезерования // iPolytech Journal. 2021. Т. 25. № 5. С. 549–558. DOI: 10.21285/1814-3520-2021-5-549-558.
21. Berthold J., Kolouch M., Regel J., Dix M. Identification of natural frequencies of machine tools during milling: comparison of the experimental modal analysis and the operational modal analysis // Production Engineering. 2024. Vol. 18. № 5. P. 853–862. DOI: 10.1007/s11740-024-01270-6.
22. Berthold J., Regel J., Dix M., Drossel W.-G. Operational modal analysis used to identify dynamic behaviour of machine tools during milling // Procedia CIRP. 2023. Vol. 118. P. 128–133. DOI: 10.1016/j.procir.2023.06.023.

REFERENCES

1. Dovnar S.S., Yakimovich A.M. FEM analysis of the concept of a post-resonant portal multi-purpose machine. *Mashinostroenie: respublikanskiy mezhvedomstvennyy sbornik nauchnykh trudov*. Minsk, BNTU Publ., 2023. Vyp. 34, pp. 155–165.
2. Sazonov M.B., Zhidyaev A.N. Research on end mill vibration in machining of VT9 titanium alloy. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2021, vol. 20, no. 4, pp. 89–99. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-4-89-99.
3. Kalmykov V.V., Barkov A.V. Analytical and statistical assessment elastic deformation along the contour at milling. *Fundamental research*, 2016, no. 8-1, pp. 34–38. EDN: WHOECP.
4. Nurkenov A.Kh., Guzeev V.I., Batuev V.V., Nesteryuk E.V., Pavlov S.A. Experimental study of rigidity of a technological system on the basis of industrial robot KUKA KR 300 R2500 ULTRA. *Bulletin of the South Ural State University. Series "Mechanical engineering industry"*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 48–58. DOI: 10.14529/engin220104.
5. Kozlov A.M., Kuznetsov S.F., Kozlov A.A. Application of the active damper to reduce vibration when milling. *Actual problems in machine building*, 2021, vol. 8, no. 3-4, pp. 81–86. EDN: MQXJMI.
6. Markova E.V. Causes of vibration and methods of vibration extinguishing. *Izvestiya Tula State University. Tekhnicheskie nauki*, 2021, no. 5, pp. 428–432. EDN: CISDFC.
7. Yang Bin, Wang Min, Liu Zhihao, Che Changjia, Zan Tao, Gao Xiangsheng, Gao Peng. Tool wear process monitoring by damping behavior of cutting vibration for milling process. *Journal of Manufacturing Processes*, 2023, vol. 102, pp. 1069–1084. DOI: 10.1016/j.jmapro.2023.07.077.
8. Ponomarev B.B., Nguen V.D. Computing stresses in the wear zone of a radius end mill cutter. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2025, no. 1, pp. 61–75. EDN: GFYZYA.
9. Lukyanov A.V., Aleynikov D.P., Kostin P.N. Investigation of oscillations in the forces of interaction of the milling cutter with the workpiece during passing and counter milling. *Modern Technologies. System analysis. Modeling*, 2022, no. 3, pp. 38–49. DOI: 10.26731/1813-9108.2022.3(75).38-49.
10. Aleynikov D.P., Lukyanov A.V., Kostin P.N. Cutting data effect on machine tool vibrational state and surface roughness when machining. *Systems. Methods. Technologies. Bratsk State University Scientific Journal*, 2021, no. 3, pp. 14–19. DOI: 10.18324/2077-5415-2021-3-14-19.
11. Kozlov A.M., Kiryushchenko E.V., Kozlov A.A. Expansion of technological capabilities of mobile milling equipment. *Bulletin of Voronezh State Technical University*, 2019, vol. 15, no. 4, pp. 140–145. DOI: 10.25987/VSTU.2019.15.4.022.
12. Gimadeev M.R., Li A.A., Berkun V.O., Stelmakov V.A. Experimental study of the dynamics of the machining process by ball-end mills. *Obrabotka metallov. Metal working and material science*, 2023, vol. 25, no. 1, pp. 44–56. DOI: 10.17212/1994-6309-2023-25.1-44-56.
13. Lukyanov A.V., Aleynikov D.P. Analysis of oscillations of cutting forces between a mill and a workpiece when increasing the spindle rotation speed. *Modern Technologies. System analysis. Modeling*, 2017, no. 4, pp. 70–82. EDN: YLXFFI.
14. Altintas Y., Lee P. Mechanics and dynamics of ball end milling. *Journal of manufacturing science and engineering*, 1998, vol. 120, no. 4, pp. 684–692. DOI: 10.1115/1.2830207.
15. Sazonov M.B., Zhidyaev A.N. Research on end mill vibration in machining of VT9 titanium alloy. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2021, vol. 20, no. 4, pp. 89–99. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-4-89-99.
16. Kravchenko K.Yu., Kugaevskiy S.S., Zhuravlev M.P., Elkind D.M. Natural frequencies estimation using operational modal analysis. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Mechanical engineering, materials science*, 2017, vol. 19, no. 2, pp. 21–35. DOI: 10.15593/2224-9877/2017.2.02.
17. Zhuravlev M.P., Kravchenko K.Yu., Elkind D.M. Vibration resistance at processing by end mills with variable pitch. *Bulletin of Bryansk State Technical University*, 2018, no. 8, pp. 14–24. DOI: 10.30987/article_5bb5e69727bb41.28471955.
18. Yatsun E.I., Zubkova O.S. Investigation of the tool system during boring and milling with a large departure. *Izvestiya Tula State University. Tekhnicheskie nauki*, 2024, no. 3, pp. 627–631. EDN: AXRLQN.
19. Matlygin G.V., Savilov A.V., Pyatykh A.S., Timofeev S.A. Study of the effect of cutting modes on output parameters under high-speed steel turn-milling. *Ad-*

vanced Engineering Research (Rostov-on-Don), 2022, vol. 22, no. 2, pp. 99–106. DOI: 10.23947/2687-1653-2022-22-2-99-106.
20. Pyatykh A.S., Shaparev P.P. Investigating the impact of chucks on the stability of a milling process. *iPolytech Journal*, 2021, vol. 25, no. 5, pp. 549–558. DOI: 10.21285/1814-3520-2021-5-549-558.
21. Berthold J., Kolouch M., Regel J., Dix M. Identification of natural frequencies of machine tools during milling: comparison of the experimental modal analysis and the operational modal analysis. *Production Engineering*, 2024, vol. 18, no. 5, pp. 853–862. DOI: 10.1007/s11740-024-01270-6.
22. Berthold J., Regel J., Dix M., Drossel W.-G. Operational modal analysis used to identify dynamic behaviour of machine tools during milling. *Procedia CIRP*, 2023, vol. 118, pp. 128–133. DOI: 10.1016/j.procir.2023.06.023.

UDC 621.9.022.2
doi: 10.18323/2782-4039-2025-3-73-3

Study of rigidity and frequency response of an end mill on a vertical milling centre

Roman D. Voronov*, teacher of Chair "Equipment and Technologies of Machinery Production"
Dmitry A. Rastorguev[1], PhD (Engineering), Associate Professor,
assistant professor of Chair "Equipment and Technologies of Machinery Production"
Denis G. Levashkin[2], PhD (Engineering), Associate Professor,
assistant professor of Chair "Equipment and Technologies of Machinery Production"
Togliatti State University, Togliatti (Russia)

***E-mail:** smr.rom@yandex.ru

[1]ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6298-1068
[2]ORCID: https://orcid.org/0009-0007-2704-4635

Received 21.04.2025 *Revised 11.08.2025* *Accepted 04.09.2025*

Abstract: The study covers the problem of early elimination of tool resonant vibrations through preliminary mathematical modelling. In particular, the problem is considered for the case of milling with an end mill on a vertical milling centre. The paper presents processed experimental data and results of mathematical modelling containing information on the rigidity of the FKC 4257 mill, its natural frequencies on the spectrum and vibration modes. The constructed finite element mathematical model covers the mill itself, the gripping collet and the collet chuck attachment. The model describes the static rigidity of the mill with an error of 2.2 %, and the position of its natural frequencies on the spectrum – with an error of about 7 % relative to the experimental results. By constructing the amplitude-frequency characteristic and conducting a modal analysis, it is shown that the first two vibration modes (80 and 112 Hz) are the most critical for the mill, both in terms of the amplitude of vibrations and in terms of their shape. The vibration shapes in the first modes are bending. During the modal analysis, the vibration shapes in the remaining modes are considered and estimated. To improve the convergence of the frequency analysis results, it is proposed to introduce the coefficient K_{k1}=0.9, which takes into account the lower rigidity of a real mill in comparison with an idealized mathematical model, when applying which the convergence is improved to 2.5 %. Thanks to the applied technique, it is possible to obtain reliable data on the frequency zones of instability used in practice to avoid resonance phenomena. In the future, based on such data, taking into account the correction factors, it is possible to train neural network models predicting the tool response under specific processing conditions and solving the inverse problem of selecting rational tool geometry for specific tasks.

Keywords: end mill; rigidity; modal analysis; frequency analysis; mathematical modelling; amplitude-frequency characteristic; resonance.

Acknowledgments: The study was carried out within the state contract for R&D No. 125011300177-8.

For citation: Voronov R.D., Rastorguev D.A., Levashkin D.G. Study of rigidity and frequency response of an end mill on a vertical milling centre. *Frontier Materials & Technologies*, 2025, no. 3, pp. 39–49. DOI: 10.18323/2782-4039-2025-3-73-3.